

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2.

ПОГРЕШНОСТЬ ФУНКЦИИ.

2.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Сформировать у студентов знания, умения и навыки работы с приближенными числами в применении формул погрешностей элементарных действий и функций.

2.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретическую часть. Выполнить задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.

2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист;
- исходные данные варианта;
- решения задач;
- результаты решений задач.

2.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Пример 2.1.

Определить, какое равенство точнее: $9/11 = 0,818$; $\sqrt{18} = 4,24$.

Решение.

Найдем значения данных выражений с большим числом десятичных знаков.

Для этого выполним следующие действия:

```
>> format long
>> a1=9/11
a1 =
    0.81818181818182
>> a2=sqrt(18)
a2 =
    4.24264068711928
```

Затем вычислим предельные абсолютные погрешности:

```
>> abs(a1-0.818)
ans =
    1.818181818182829e-004
>> abs(a2-4.24)
ans =
    0.00264068711928
```

Округлим их с избытком:

$$\Delta a_1 = 0,00019, \Delta a_2 = 0,0027.$$

Вычислим предельные относительные погрешности:

```
>> 0.00019/0.818
ans =
    2.322738386308069e-004
>> 0.0027/4.24
ans =
```

Таким образом,

$$\delta a_1 = \frac{\Delta a_1}{a_1} = \frac{0,00019}{0,818} = 0,00024 = 0,024\%;$$

$$\delta a_2 = \frac{\Delta a_2}{a_2} = \frac{0,0027}{4,24} = 0,00064 = 0,064\%.$$

Так как $\delta a_1 < \delta a_2$, то равенство $9/11 = 0,818$ является более точным.

Пример 2.2.

Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: $2,3544; \delta = 0,2\%$.

Решение.

Пусть $a = 2,3544; \delta a = 0,2\%$; тогда $\Delta a = a \cdot \delta a = 0,00471$. В данном числе верными являются три цифры, поэтому округляем его, сохраняя эти цифры:

$$a_1 = 2,35; \quad \Delta a_1 = \Delta a + \Delta_{окр} = 0,0044 + 0,00471 = 0,00911 < 0,01.$$

Значит, и в округленном числе $2,35$ все три цифры верны.

Пример 2.3.

Найти предельную абсолютную и относительную погрешности числа $12,384$, если оно имеет только верные цифры.

Решение.

Так как все пять цифр числа $a=12,384$ верны, то

$$\Delta a = 0,001; \quad \delta a = \frac{0,001}{12,384} = 0,0001 = 0,01\%.$$

Пример 2.4.

Вычислить и определить погрешности результата $N = \frac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2}$, где

$$n=3,0567(\pm 0,0001), m=5,72(\pm 0,02).$$

Решение.

Имеем:

$$n-1 = 2,0567(\pm 0,0001),$$

$$m+n = 3,0567(\pm 0,0001) + 5,72(\pm 0,02) = 8,7767(\pm 0,0201),$$

$$m-n = 5,72(\pm 0,02) - 3,0567(\pm 0,0001) = 2,6633(\pm 0,0201),$$

$$N = \frac{2,0567 \cdot 8,7767}{2,6633^2} = 2,545 \approx 2,55,$$

$$\delta N = \frac{0,0001}{2,0567} + \frac{0,0201}{8,7767} + 2 \cdot \frac{0,0201}{2,6633} = 0,0175 = 1,75\%,$$

$$\Delta N = 2,55 \cdot 0,0175 = 0,045.$$

Ответ: $N \approx 2,55(\pm 0,045); \delta N = 1,75\%$.

2.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Что такое абсолютная и относительная погрешности?
2. Как классифицируются погрешности?
3. Что значит верная цифра?
4. Как распространяются абсолютная и относительная погрешности в арифметических действиях?
5. Как осуществить оценку погрешности значений элементарных функций?

2.5. ЗАДАНИЕ

1. Определить, какое равенство точнее.
2. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки.
3. Найти предельную абсолютную и относительную погрешности числа, если они имеют только верные цифры.
4. Вычислить и определить погрешности результата.

Варианты заданий.

| № варианта | Задание |
|------------|---|
| 1 | 1) $\sqrt{44} = 6,63$; $19/41 = 0,463$. 2) $2,8546$; $\delta = 0,3\%$. 3) $42,884$. 4) $X = \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$, где $a = 4,3(\pm 0,05)$, $b = 17,21(\pm 0,02)$, $c = 8,2(\pm 0,05)$, $m = 12,417(\pm 0,003)$, $n = 8,37(\pm 0,005)$. |
| 2 | 1) $\sqrt{30} = 5,48$; $7/15 = 0,467$. 2) $6,4257(\pm 0,0024)$. 3) $0,537$. 4) $X = \frac{m^3(a+b)}{c-d}$, где $a = 13,5(\pm 0,02)$, $b = 3,7(\pm 0,02)$, $c = 34,5(\pm 0,02)$, $m = 4,22(\pm 0,004)$, $d = 23,725(\pm 0,005)$. |
| 3 | 1) $\sqrt{10,5} = 3,24$; $4/17 = 0,235$. 2) $0,5748(\pm 0,0034)$. 3) $2,043$. 4) $X = \frac{(a+b)m}{(c-d)^2}$, где $a = 2,754(\pm 0,001)$, $b = 11,7(\pm 0,04)$, $c = 10,536(\pm 0,002)$, $m = 0,56(\pm 0,005)$, $d = 6,32(\pm 0,008)$. |

| | |
|---|--|
| 4 | <p>1) $\sqrt{10} = 3,16$; $15/7 = 2,14$.</p> <p>2) $0,34484$; $\delta = 0,4\%$.</p> <p>3) $0,745$.</p> <p>4) $X = \frac{(a+b)m}{\sqrt{c-d}}$, где $a = 23,16(\pm 0,02)$, $b = 8,23(\pm 0,005)$, $c = 145,5(\pm 0,08)$, $m = 0,28(\pm 0,006)$, $d = 28,6(\pm 0,1)$.</p> |
| 5 | <p>1) $\sqrt{4,8} = 2,19$; $6/7 = 0,857$.</p> <p>2) $10,8441$; $\delta = 0,5\%$.</p> <p>3) $0,288$.</p> <p>4) $X = \frac{(a-b)c}{\sqrt{m+n}}$, где $a = 27,16(\pm 0,006)$, $b = 5,03(\pm 0,01)$, $c = 3,6(\pm 0,02)$, $m = 12,375(\pm 0,004)$, $n = 86,2(\pm 0,05)$.</p> |
| 6 | <p>1) $\sqrt{6,8} = 2,61$; $12/11 = 1,091$.</p> <p>2) $0,12356(\pm 0,00036)$.</p> <p>3) $3,4453$.</p> <p>4) $X = \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$, где $a = 16,342(\pm 0,001)$, $b = 2,5(\pm 0,03)$, $c = 38,17(\pm 0,002)$, $m = 3,6(\pm 0,04)$, $d = 9,14(\pm 0,005)$.</p> |
| 7 | <p>1) $\sqrt{22} = 4,69$; $2/21 = 0,095$.</p> <p>2) $24,5643$; $\delta = 0,1\%$.</p> <p>3) $4,348$.</p> <p>4) $S = \frac{1}{64} \pi \sqrt{D^4 - d^4}$, где $D = 36,5(\pm 0,1)$, $d = 26,35(\pm 0,005)$, $\pi = 3,14$.</p> |
| 8 | <p>1) $\sqrt{9,8} = 3,13$; $23/15 = 1,53$.</p> <p>2) $8,3445(\pm 0,0022)$.</p> <p>3) $0,576$.</p> <p>4) $X = \frac{m\sqrt{a-b}}{c+d}$, где $a = 9,542(\pm 0,001)$, $b = 3,128(\pm 0,002)$, $c = 0,172(\pm 0,001)$, $m = 2,8(\pm 0,03)$, $d = 5,4(\pm 0,02)$.</p> |

| | |
|----|--|
| 9 | <p>1) $\sqrt{83} = 9,11$; $6/11 = 0,545$.</p> <p>2) $3,7834(\pm 0,0041)$.</p> <p>3) $0,678$.</p> <p>4) $y = \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$, где $a = 10,82(\pm 0,03)$, $b = 2,786(\pm 0,0006)$, $m = 0,28(\pm 0,006)$, $n = 14,7(\pm 0,06)$.</p> |
| 10 | <p>1) $\sqrt{52} = 7,21$; $17/19 = 0,895$.</p> <p>2) $7,521$; $\delta = 0,12\%$.</p> <p>3) $0,0748$.</p> <p>4) $Q = \frac{(2n-1)^2(x+y)}{x-y}$, где $n = 2,0435(\pm 0,0001)$, $x = 4,2(\pm 0,05)$, $y = 0,82(\pm 0,01)$.</p> |
| 11 | <p>1) $\sqrt{44} = 6,63$; $21/29 = 0,723$.</p> <p>2) $13,6253(\pm 0,0021)$.</p> <p>3) $2,16$.</p> <p>4) $X = \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$, где $a = 5,2(\pm 0,04)$, $b = 15,32(\pm 0,01)$, $c = 7,5(\pm 0,05)$, $m = 21,823(\pm 0,002)$, $n = 7,56(\pm 0,003)$.</p> |
| 12 | <p>1) $\sqrt{27} = 5,19$; $50/19 = 2,63$.</p> <p>2) $0,85637$; $\delta = 0,21\%$.</p> <p>3) $236,58$.</p> <p>4) $X = \frac{m^3(a+b)}{c-d}$, где $a = 18,5(\pm 0,03)$, $b = 5,6(\pm 0,02)$, $c = 26,3(\pm 0,01)$, $m = 3,42(\pm 0,003)$, $d = 14,782(\pm 0,006)$.</p> |